CH7 DIVISIBILITE DANS Z

EX 46 :

a/ • pour n=1 $16^n = 16$ et $1-10n = 1-10 = -9$

et comme $16 \equiv -9 (25)$ Donc la propriété est vrai à l'ordre initial

• Soit $n \in IN^*$ Supposons que $16^n \equiv 1-10n(25)$ et montrons que $16^{n+1} \equiv 1-10(n+1)(25)$

$16^n \equiv 1-10n(25) \Rightarrow 16^{n+1} \equiv 16-160n(25)$

$\equiv 1-10(n+1)+25-150n(25)$

$\equiv 1-10(n+1)(25)$ (car 25 et 150n sont des multiples de 25)

b/ • pour n=1 $7^n = 7$ et $6n+1=7$ Donc la propriété est vrai à l'ordre initial

• Soit $n \in IN^*$ Supposons que $7^n \equiv 6n+1(36)$ et montrons que $7^{n+1} \equiv 6(n+1)+1(36)$

$7^n \equiv 6n+1(36) \Rightarrow 7^{n+1} \equiv 42n+7(36)$

$\equiv 6(n+1)+1+36n\ (36)$

$\equiv 6(n+1)+1(36)$

c/ • pour n=1 $4^n = 4$ et $3n+1=4$ Donc la propriété est vrai à l'ordre initial

• Soit $n \in IN^*$ Supposons que $4^n \equiv 3n+1(9)$ et montrons que $4^{n+1} \equiv 3(n+1)+1(9)$

$4^n \equiv 3n+1(9) \Rightarrow 4^{n+1} \equiv 12n+4(9)$

$\equiv 3(n+1)+1+9n\ (9)$

$\equiv 3(n+1)+1(9)$

d/ • pour n=1 $2^n + 3^n = 5$ et $5^n = 5$ Donc la propriété est vrai à l'ordre initial

• Soit $n \in IN^*$ Supposons que $2^n + 3^n \equiv 5^n (6)$ et montrons que $2^{n+1} + 3^{n+1} \equiv 5^{n+1} (6)$

$2^n + 3^n \equiv 5^n (6) \Rightarrow (2^n + 3^n).(2+3) \equiv 5^{n+1} (6)$

$\Rightarrow 2^{n+1} + 3^{n+1} + 2^n.3 + 3^n.2 \equiv 5^{n+1} (6)$

$\Rightarrow 2^{n+1} + 3^{n+1} \equiv 5^{n+1} (6)$ (car $2^n.3$ et $3^n.2$ sont des multiples de 6)

EX 49 :

1. $5.2^7 + 1 = 5 . 128 + 1 = 641$ et $5^4 + 2^4 = 625 + 16 = 641$

2. $5.2^7 + 1 = 641 \Rightarrow 5.2^7 + 1 \equiv 0(641) \Rightarrow 5.2^7 \equiv -1(641) \Rightarrow 5^4.2^{28} \equiv (-1)^4 (641)$

$\Rightarrow 5^4.2^{28} \equiv 1 (641)$

$5^4 + 2^4 = 641 \Rightarrow 5^4 + 2^4 \equiv 0(641) \Rightarrow 5^4. \equiv -2^4 (641)$

3. On a $(5^4.2^{28} \equiv 1 (641)$ et $5^4. \equiv -2^4 (641))$ $\Rightarrow -2^4 .2^{28} \equiv 1(641)$

$\Rightarrow -2^{32} - 1 \equiv 0(641)$

$\Rightarrow 2^{32} + 1 \equiv 0(641)$

Donc 641 divise $2^{32} + 1$

Qarray.tn -Aqra Bkeh- Qarray.tn